

Dysza jest naddźwiękowa gdy prędkość w przekroju wylotowym jest większa niż prędkość w wypływającym gazie. Dysze naddźwiękowe są elementami składowymi nie tylko silników rakietowych, ale również tuneli naddźwiękowych czy hipersonicznych. Jak wspomnieliśmy wyżej, będziemy rozpatrywać przepływ adiabatyczny czynnika roboczego. Wówczas do opisu przemiany termodynamicznej gazu możemy zastosować adiabatę Poissona, tu zapisaną dla jednostkowej objętości:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\kappa \quad (6.1)$$

gdzie: $\kappa = C_p/C_v$ to wykładnik adiabaty Poissona.

Wykorzystajmy równanie Bernoulliego dla przepływu czynnika ściśliwego [16],[20],[21], będącego de facto zasadą zachowania energii dla przepływu gazu:

$$\frac{u^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{\rho} = \frac{u_0^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p_0}{\rho_0} \quad (6.2)$$

Stąd dostajemy wzór na prędkość wypływu z dyszy:

$$u = \sqrt{u_0^2 + \frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left(1 - \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \quad (6.3)$$

Ponieważ $u \gg u_0$ możemy powyższy wzór zapisać w formie:

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left(1 - \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \quad (6.4)$$

Po uwzględnieniu adiabaty Poissona i równania Clapeyrona w postaci:

$$\begin{cases} \frac{p}{\rho} = R_i T \\ \frac{p_0}{\rho_0} = R_i T_0 \end{cases} \quad (6.5)$$

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Możemy powyższe zależności uprościć do postaci:

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} R_i (T_0 - T)} \equiv \sqrt{2c_p (T_0 - T)}$$

(6.6)

Gdzie: R_i -indywidualna stała gazowa, c_p ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu dla gazów wylotowych.

Z powyższego wynika, że maksymalną prędkość wypływu uzyskalibyśmy przy wypływie do próżni i schłodzeniu spalin do temperatury zera bezwzględnego:

$$u_{\max} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} R_i T_0} = a_0 \sqrt{\frac{2}{\kappa-1}}$$
$$a_0 = \sqrt{\kappa R_i T_0}$$

(6.7)

gdzie: a_0 -prędkość dźwięku gazów na wlocie do dyszy (w komorze spalania)

Wydatek masowy dyszy możemy obliczyć wykorzystując równanie ciągłości:

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} p_0 \rho} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1/\kappa} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

(6.8)

Ze wzoru tego nie wynika w jaki sposób ma zmieniać się kształt kanału.

Rozważmy teraz dwa dowolne przekroje przy czym indeks „*” niech oznacza parametry krytyczne, przy których uzyskiwana jest prędkość dźwięku.

$$a = \sqrt{\kappa R_i T}$$

(6.9)

lub:

$$\rho A u = \rho_0 \frac{\rho_*}{\rho_0} A_* a$$

(6.10)

określmy teraz parametry krytyczne dla danego przepływu, korzystając z równania Benoulliego i adiabaty Poissona, biorąc pod uwagę, że $Ma = u/a$:

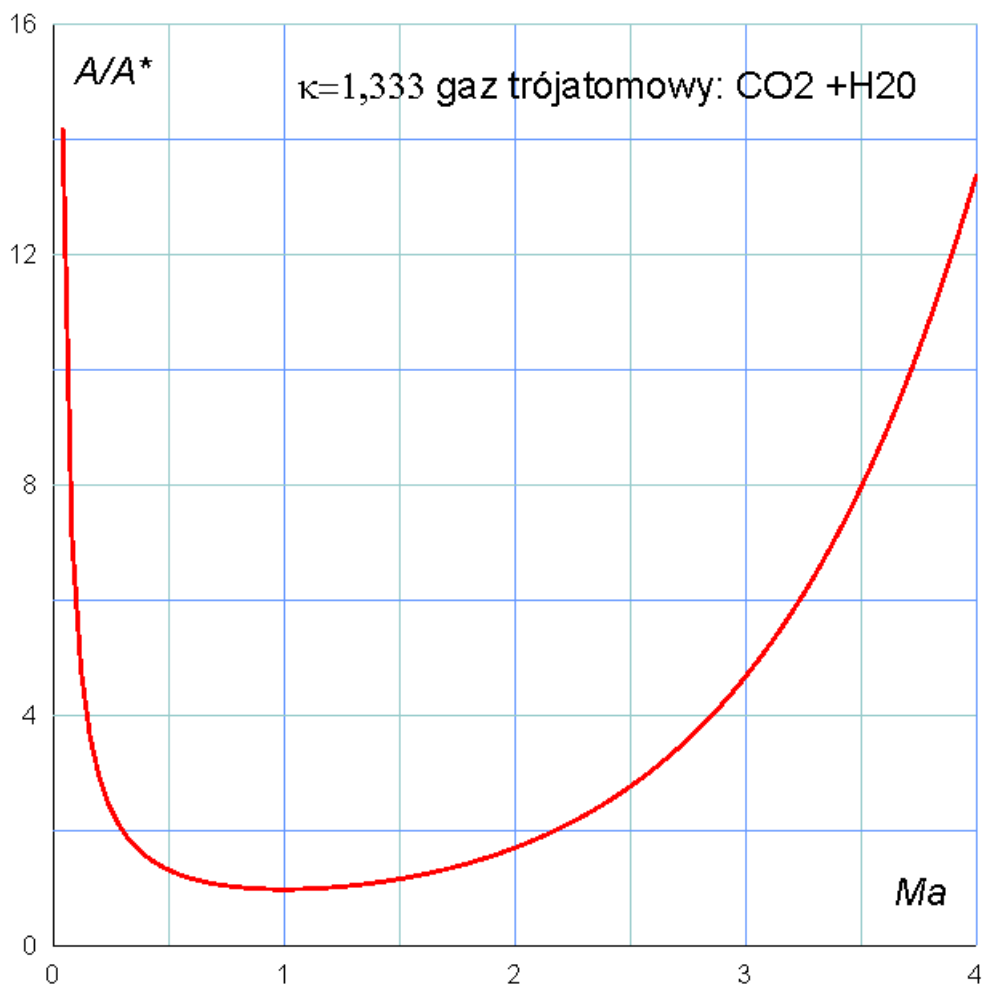
$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2; \quad \frac{T_*}{T_0} = \frac{2}{\kappa+1}; \quad \frac{a_*}{a_0} = \sqrt{\frac{2}{\kappa+1}}$$
$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; \quad \frac{p_*}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$
$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}; \quad \frac{\rho_*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

(6.11)

Uwzględniając powyższe zależności dostajemy związek pomiędzy bieżącym przekrojem dyszy A , a przekrojem krytycznym A^* funkcji liczby Macha w rozpatrywanym przekroju.

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}} \quad (6.12)$$

Funkcja ta ma minimum dla $Ma=1$ $A/A^*=1$, co oznacza, że przekrój minimalny kanału przepływowego jest przekrojem krytycznym.



Rys. 6.1. Przekrój krytyczny dyszy w funkcji liczby Macha.

Jak więc widać z powyższego wykresu, Rys 6.1. rozpędzanie gazu może się odbywać w kanale zbieżnym tylko do prędkości dźwięku, przy której następuje „zablokowanie kanału”, tj. dalsze zwiększanie ciśnienia przez dyszę nie zwiększa prędkości (tzw. paradoks de Saint Venant’a). Aby zwiększyć prędkość przepływu powyżej $Ma=1$ należy zastosować kanał rozbieżny. Otrzymujemy tym sposobem tzw. dyszę de Laval’a. Wynałazł ją szwedzki inżynier Karl Gustaf Patrik de Laval (1845-1913).

Znając rozkład przekrojów można wyznaczyć liczbę Macha, a następnie obliczyć rozkład parametrów gazodynamicznych wzdłuż dyszy. Przedstawiony wyżej opis dotyczy wyidealizowanego modelu przepływu przez dyszę de Laval’a przy następujących uproszczeniach:

- przepływ izentropowy, tj. bez wymiany ciepła ze ściankami dyszy i tarcia wewnętrznego (nielepk);

-przepływ jest jednowymiarowy, ustalony, a to oznacza, że w danym przekroju kanału dyszy parametry termodynamiczno-przepływowe są stałe;
 -skład chemiczny gazów nie ulega zmianie w trakcie przepływu;
 -izobaryczne i izochoryczne ciepła właściwe gazu pozostają stałe. Tym samym stały jest wykładnik adiabaty

Najmniej zastrzeżeń budzi założenie o stacjonarności przepływu, ze względu na praktycznie stałe warunki panujące w komorze spalania. Do pominięcia jest również wymiana ciepła, z uwagi na krótki czas przebywania czynnika roboczego w obszarze dyszy. Z kolei turbulencja sprzyja ujednorodnianiu parametrów fizycznych w przekroju dyszy. Najbardziej dyskusyjne wydaje się założenie o niezmienności składu chemicznego gazu, oraz wartości ciepł właściwych i tym samym wykładnika adiabaty, z uwłascza w kontekście użycia wysokoenergetycznych paliw dających bardzo duże wartości T_0 .

Przy wstępnych obliczeniach silnika raketowego dokonuje się korekty średniej prędkości przepływu w przekroju wynikającej z nierównomierności profilu prędkości.

Wzór na prędkość przybiera wówczas postać:

$$u = \varphi_1 \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} \sqrt{1 - X^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}} \sqrt{\kappa R_i T_0} \quad (6.13)$$

gdzie: $X = p/p_0$ natomiast $\varphi_1 < 1$ to współczynnik prędkości wyznaczany doświadczalnie. Dla celów obliczeń wstępnych silnika raketowego przyjmuje się wartość $\varphi_1 = 0,93$.

Do obliczeń dysz o przekroju kołowym powyższy wzór można zapisać w postaci:

$$u = \varphi_1 F_w(\xi, k) \sqrt{R_i T} \\ F_w(\xi, k) = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \left(1 - X^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right)}; \quad \xi = d / d_m \quad (6.14)$$

gdzie F_w jest funkcją rozwarcia dyszy i wykładnika adiabaty. Stabelaryzowane wartości można znaleźć w np. [22]

Analogicznie, robocze równanie dla wydatku gazów uzyskuje się mnożąc równanie dla wydatku w przepływie izentropowym przez współczynnik wydatku $\varphi_2 < 1$. Po paru prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \varphi_2 A_e \frac{p_0}{\sqrt{R T_0}} \quad (6.15)$$

Orientacyjnie: $\varphi_2 = 0,95$

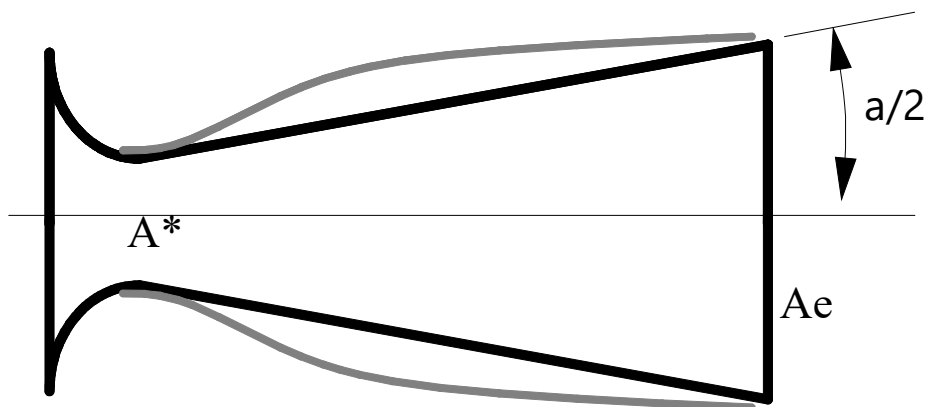
W przepływie przez dyszę możemy wyróżnić zasadniczo trzy typy przepływu:

1. **Projektowy**, tj gdy gazy wylotowe rozprężają się do dokładnej wartości ciśnienia zewnętrznego tj. gdy: $p_e = p_a$
2. **„Dysza krótka”**, gdy gazy rozprężają się do wartości większej niż ciśnienie otoczenia tj. gdy $p_e > p_a$. W tym przypadku dalsze rozprężania się strugi zachodzi poza dyszą i wówczas tworzy się dosyć złożona struktura przepływu: Najpierw struga ekspanduje do ciśnienia otoczenia. Po jego osiągnięciu następuje odbicie fal Macha od granicy strugi swobodnej w postaci skośnych fal uderzeniowych. Związane jest to ze znacznym hałasem, nie mniej jest to sytuacja bezpieczniejsza niż w przypadku opisanym w pkt. 3. Ciąg silnika raketowego w tej sytuacji jest większy niż w

warunkach obliczeniowych. Tłumaczy to wzrost ciągu silnika raketowego, wraz ze wzrostem wysokości lotu.

3. „Dysza długa”, gdy ciśnienie zewnętrzne jest wyższe od ciśnienia projektowego na wylocie z dyszy, tj. gdy formalnie $p_e < p_a$. W tej sytuacji, w dyszy naddźwiękowej tworzy się fala uderzeniowa powodująca spadek prędkości przepływu do wartości poddźwiękowych. Położenie fali jest quasi-ustalone (oscyluje ona wokół pewnego położenia), efektem czego są pulsacje ciśnienia, mogące prowadzić do zniszczenia dyszy. Spadek prędkości na fali uderzeniowej jest taki, że ciśnienie na wylocie z dyszy jest równe ciśnieniu zewnętrznemu: $p_e = p_a$

Istotną wielkością konstrukcyjną dyszy silnika raketowego jest kąt rozwarcia dyszy α : nadmierne zwiększanie tego kąta prowadzi do oderwania warstwy przyściennej na ściankach dyszy. Ponadto, nawet jeżeli oderwanie przepływu nie wystąpi, to w pewnym zakresie kątów i tak wystąpią straty energetyczne w przepływie. Z tych też względów, kąt rozwarcia dyszy stożkowych nie powinien być większy niż $18^\circ \dots 25^\circ$. Dysza stożkowa, aczkolwiek łatwa do zaprojektowania i wykonania okazuje się być dosyć długa (straty na tarcie, kłopoty z kompozycją rakiety). Z tego też względu dysze stożkowe stosuje się głównie w małych silnikach raketowych na paliwo stałe. Większość dużych silników, w tym silniki na paliwo dwuskładnikowe ciekłe, wykorzystuje dysze krzywoliniowe, profilowane wg np. metody charakterystyk. Pozwala to na uzyskanie dysz o ograniczonym kącie rozwarcia i dużym współczynniku rozwarcia $\xi = d/d^*$. Regułą jest, że kąt rozwarcia dyszy dzwonowej jest w zakresie: $\alpha = 15^\circ \dots 20^\circ$.



Rys.6.2. Dysza stożkowa i dzwonowa o tym samym kącie rozwarcia